International Conference on Space Optics—ICSO 1997

Toulouse, France

2–4 December 1997

Edited by George Otrio

Reconstruction d'images spatiales à haute résolution temporelle

*Mireille Guillaume, Pierre Melon, Philippe Refregier,
Antoine Llebaria,*

International Conference on Space Optics — ICSO 1997, edited by Georges Otrio, Proc. of SPIE Vol. 10570, 105700Z · © 1997 ESA and CNES · CCC code: 0277-786X/18/\$18 · doi: 10.1117/12.2326473

Proc. of SPIE Vol. 10570 105700Z-1

RECONSTRUCTION D'IMAGES SPATIALES A HAUTE RESOLUTION TEMPORELLE

Mireille GUILLAUME* , Pierre MELON*, Philippe REFREGIER*
et Antoine LLEBARIA**

* *Laboratoire Signal et Image, ENSPM, D.U. de Saint-Jérôme 13 397 Marseille cedex 20.*

** *Laboratoire d'Astronomie Spatiale, CNRS, BP 8, traverse du Siphon, 13 376 Marseille cedex 12*

RESUME - Nous présentons une méthode de reconstruction d'une image spatiale à partir d'une séquence d'images à faible flux de photons et décalées aléatoirement les unes par rapport aux autres à cause du mouvement du capteur. L'image reconstruite est celle du maximum de vraisemblance. Nous démontrons que cette image est proportionnelle à la somme des images de la séquence après correction du mouvement et que son entropie est minimale. Les images de la séquence sont mises en correspondance à l'aide d'un algorithme itératif de minimisation d'entropie par recherche systématique sur tous les déplacements des images dans un domaine donné. Une version rapide de cet algorithme est développée. Les résultats sont présentés pour des images simulées et pour des images obtenues par un télescope placé sur une plateforme stabilisée d'une nacelle ballon. La probabilité de bonne reconstruction de l'image est estimée numériquement pour un flux lumineux décroissant, correspondant à un faible nombre de photons détectés (jusqu'à 20) pour une image de la séquence.

ABSTRACT - We address the question of an astronomical image reconstruction from a sequence of low-level and randomly translated images. The image is reconstructed in the general framework of the statistical estimation theory, according to the maximum likelihood principle. We demonstrate that this image is proportionnal to the sum of the low-level images after correcting the unknown movement and that its entropy is minimal. The images of the sequence are matched together by means of iterative minimum entropy algorithm, where systematic search under all allowed displacements for the images is performed. We develop a fast version of this algorithm and we present results for simulated images and experimental data. The probability of good reconstruction is estimated numerically when the light-level of the images in the sequence decreases down, corresponding to small number of photons detected (down to 20) in each image of the sequence

1 - INTRODUCTION

La reconstruction d'images spatiales a faible flux perturbées par les mouvements aléatoires résiduels de la stabilisation pose le double problème de la correction du flou introduit par les mouvements et de la diminution du bruit discret propre au système d'acquisition de comptage de photons. Cette double correction est contradictoire : en effet, pour diminuer le bruit discret dû à l'acquisition des photons, il est nécessaire d'augmenter le temps de

pose pour la formation d'une image. Mais alors l'image formée est d'autant plus floue. Nous avons pris en compte ces deux contraintes et nous avons cherché une méthode de reconstruction dans le cadre de la théorie statistique de l'estimation. La recherche de l'image du maximum de vraisemblance pour l'image reconstruite permet de déterminer une stratégie optimale de reconstruction. Nous démontrons que la stratégie de reconstruction optimale consiste à éliminer le flou de l'image en mettant en correspondance les images fortement bruitées, et à diminuer le bruit photonique en cherchant la valeur moyenne des images mises en correspondance. Nous déterminons l'estimateur du maximum de vraisemblance pour la trajectoire du capteur en présence du bruit de photons présent dans les images. Il est alors possible de reconstruire une image peu bruitée en considérant la totalité de l'acquisition, après correction du mouvement sur des "paquets" de photons acquis avec une résolution temporelle $\frac{1}{\Delta t}$ élevée par rapport au temps total de mesure.

Nous utilisons les données fournies par le détecteur à comptage de photons à haute résolution temporelle de l'expérience FOCA¹ embarqué dans une nacelle suspendue à un ballon stratosphérique [Mill 91], pour valider cette méthode. Cette expérience fournit des données sous forme de listes d'adresses de photons délivrées à intervalles de temps fixes (trames) de 20ms environ. Dans la zone du ciel observée, le rayonnement ultraviolet délivre environ 25 photons par trame sur une base d'adresses de 1024×1024 pixels, et l'image intégrée correspond à 15mm environ d'observation. Il est clair que pour cette image intégrée le bruit de photons n'est plus prépondérant bien que l'image soit floue, alors que chaque image formée avec une trame est en dessous du seuil de mouvement de la nacelle stratosphérique mais est fortement corrompue par le bruit de photons. Ce bruit est un bruit de Poisson et l'image formée pendant un intervalle de temps Δt correspondant à un petit nombre de trames, est décrite à l'aide de cette distribution. Nous exploitons la résolution temporelle fournie par les trames et nous recherchons l'estimateur du maximum de vraisemblance pour les déplacements entre les images, sachant que chaque image est une réalisation de la loi de Poisson sur l'image idéale, nette et non bruitée que nous voulons reconstruire, pour un intervalle de temps Δt . Nous déterminons le nombre minimal de photons nécessaires dans chaque image de la séquence pour obtenir une qualité de reconstruction donnée et pour une scène particulière.

2 - RECONSTRUCTION DE L'IMAGE

Nous considérons une séquence d'images à haute résolution temporelle. Chaque image, à faible flux de photons, est décalée de la précédente d'un vecteur égal au déplacement de la nacelle pendant le temps Δt . Dans le but de simplifier les calculs, nous faisons les hypothèses suivantes :

- 1- Le bruit présent dans les images est décrit par la loi de Poisson. Nous considérons uniquement la nature temporelle du bruit. En particulier, nous ne cherchons pas à corriger la fonction d'étalement des appareils d'optique, celle-ci étant par ailleurs bien connue.
- 2- La scène est invariante pendant la totalité du temps d'acquisition.
- 3- Les images sont périodiques, c'est-à-dire que les bords de l'image peuvent être prolongés par des valeurs telles que $s_{p+1} = N - s_p$, N étant le nombre de pixels de l'image. Cette hypothèse, classique en traitement d'images, permet de s'affranchir des effets de bords qui

¹FOcal Corrector Anastigmat

interviennent lors des translations. Elle s'applique bien aux images du ciel considérées dans l'expérience FOCA, puisque les translations sont de faible amplitude et n'entraînent pas de variation globale du flux.

4) Les rotations sont négligeables et le mouvement est dû aux seules translations.

5) Nous ne disposons d'aucune information sur l'image à reconstruire, ni sur le mouvement de la nacelle.

Dans la suite, nous adopterons la notation unidimensionnelle pour les images, dans le but de simplifier les notations, la généralisation à deux dimensions étant immédiate.

Soit $r(i)$ la valeur au pixel i de l'image nette et non bruitée que nous voulons reconstruire. Cette image est inconnue, et le but de la reconstruction est de l'estimer. Par la suite nous l'appellerons image de référence. Soit $s_p(i)$ le nombre de photons mesurés au pixel i pendant l'intervalle de temps $[t_0 + (p-1)\Delta t, t_0 + p\Delta t]$, où $p = 1, \dots, N$. Chaque image $s_p(i)$ est décalée de la quantité j_p par rapport à $r(i)$.

Soit $\mu_p(i) = \mu(i) - j_p$ l'espérance mathématique de $s_p(i)$, c'est-à-dire le nombre moyen d'événements (arrivée d'un photon) au pixel i de l'image $s_p(i)$ pendant l'intervalle de temps Δt . La probabilité de faire la mesure $s_p(i)$ est décrite par la loi de Poisson :

$$P[s_p(i)|\mu(i), j_p] = \exp[-\mu_p(i)] \frac{[\mu_p(i)]^{s_p(i)}}{s_p(i)!} \quad (1)$$

Il est donc possible d'écrire :

$$\mu(i) = u(i)\Delta t, \quad r(i) = u(i)\Delta T, \quad \text{donc} \quad r(i) = \frac{\Delta T}{\Delta t} \mu(i). \quad (2)$$

où $u(i)$ est le nombre moyen (au sens de l'espérance mathématique) de photoévénements au pixel i par unité de temps, $\mu(i)$ est le nombre moyen de photoévénements au pixel i pendant Δt , et $r(i)$ est le nombre moyen de photoévénements au pixel i pendant le temps ΔT de formation de l'image $r(i)$. Connaissant ΔT et Δt , l'estimation de l'image de référence $r(i)$ est équivalente à l'estimation de $u(i)$ ou à l'estimation de $\mu(i)$.

N'ayant aucune connaissance *a priori* sur la scène observée, nous recherchons l'estimateur du maximum de vraisemblance pour $r(i)$. Si $P[s_p(i)|j_p, \mathbf{r}]$ est la probabilité de faire la mesure $s_p(i)$ lorsque $\mathbf{r}$ et j_p sont connus, et si $\tilde{J} = (j_1, j_2, \dots, j_p, \dots, j_P)$ est le vecteur déplacement de la nacelle, la vraisemblance $\mathcal{L}(j_p, r(i))$ de l'hypothèse que l'image de référence soit $r(i)$ et que les déplacements soient $\tilde{J}$ est :

$$\mathcal{L}(r(i), \tilde{J}) = \prod_{p=1}^P P[s_p(i)|r(i), j_p]. \quad (3)$$

La log-vraisemblance (logarithme de la fonction de vraisemblance) $l(r(i), \tilde{J})$ est obtenue en remplaçant $\mu(i)$ par $\frac{\Delta T}{\Delta t} r(i)$:

$$l(r(i), \tilde{J}) = \sum_{p=1}^P \left\{ -\frac{\Delta t}{\Delta T} r(i) + s_p(i - j_p) \ln \left[\frac{\Delta t}{\Delta T} r(i) \right] - \ln [s_p(i - j_p)!] \right\}. \quad (4)$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance $r_{ML}(i)$ est déterminé par l'équation :

$$\frac{\partial l(r(i), \tilde{J})}{\partial r(i)} = 0 \quad (5)$$

Un calcul simple permet d'obtenir $\mathbf{r}_{MV}$:

$$\mathbf{r}_{MV}(t, \tilde{J}) = \frac{\Delta T}{P \Delta t} \sum_{p=1}^P s_p(t - j_p) \quad (6)$$

Cet estimateur pour l'image $\mathbf{r}$ nécessite la connaissance de $\tilde{J}$ qui est en réalité inconnu et doit donc être estimé. Nous voyons ici que le problème de la reconstruction de $\mathbf{r}$ se ramène à un problème d'estimation de trajectoire, et nous rechercherons également l'estimateur du maximum de vraisemblance [Duda 73] pour la trajectoire $\tilde{J}$ de la nacelle.

La vraisemblance $\mathcal{L}(\mathbf{r}, j_p, \mathbf{r})$ de l'hypothèse que l'image $\mathbf{s}_p$ soit décalée d'une quantité j_p par rapport à l'image nette et non bruitée $\mathbf{r}$ est :

$$\mathcal{L}(\mathbf{r}, j_p) = \prod_{i=1}^N P[s_p(i) | \mathbf{r}, j_p] \quad (7)$$

En remplaçant $\mu(i)$ par $\frac{\Delta t}{\Delta T} r(i)$, on obtient pour la log-vraisemblance :

$$\ell(\mathbf{r}, j_p) = \ln[\mathcal{L}(\mathbf{r}, j_p)] = \sum_{i=1}^N \left\{ -\frac{\Delta t}{\Delta T} r(i) + s_p(i - j_p) \ln \left[\frac{\Delta t}{\Delta T} r(i) \right] - \ln [s_p(i - j_p)!] \right\} \quad (8)$$

Il a été récemment démontré [Guil 97] que, si $\mathbf{r}$ est connue, l'estimateur du maximum de vraisemblance pour j_p est la valeur qui maximise $\delta(\mathbf{r}, j_p)$:

$$\delta(\mathbf{r}, j_p) = \sum_{i=1}^N s_p(i - j_p) \ln[r(i)] \quad (9)$$

Cet estimateur est obtenu à partir de l'équation 8, en utilisant l'hypothèse de périodicité pour les images. En effet, dans ce cas les termes $\sum_{i=1}^N [-\frac{\Delta t}{\Delta T} r(i)]$ et $\sum_{i=1}^N \ln[s_p(i - j_p)!]$ sont indépendants de j_p . Cette hypothèse est une bonne approximation dans la pratique pour les petits déplacements. Dans cette étude, et conformément aux données expérimentales obtenues avec FOCA, nous nous limiterons à la correction des faibles déplacements. Ne connaissant pas les valeurs de l'image $r(i)$, nous pouvons considérer les valeurs estimées $r_{MV}(i)$. Supposant l'indépendance statistique entre les images de la séquence, nous obtenons pour $\tilde{J}_{MV}$:

$$\tilde{J}_{MV} = \arg \max_{\tilde{J}} \left\{ \sum_p \sum_i s_p(i - j_p) \ln[r_{MV}(i, \tilde{J}) + r_{MV}(i, \tilde{J})] - \ln[s_p(i - j_p)!] \right\} \quad (10)$$

Les second et troisième termes de cette expression sont indépendants de $\tilde{J}$ à cause de l'hypothèse de périodicité pour les images. En conséquence, l'estimateur du vecteur déplacement est :

$$\tilde{J}_{MV} = \arg \min_{\tilde{J}} \left[- \sum_p r_{MV}(i, \tilde{J}) \ln[r_{MV}(i, \tilde{J})] \right] = \arg \min_{\tilde{J}} E[\mathbf{r}_{MV}(J)] \quad (11)$$

Cette équation permet d'obtenir conjointement la trajectoire $\tilde{J}_{MV}$ et l'image $r_{MV}(i, \tilde{J}_{MV})$. Remarquons que le "double" estimateur $r_{MV}(i, \tilde{J}_{MV})$ permet à la fois d'estimer une image

débruitée à partir des versions bruitées $s_p(i)$, et de corriger le flou dû au mouvement. L'image reconstruite est l'image du minimum d'entropie étant donné les mesures $s_p(i)$ effectuées. Le processus optimal de reconstruction d'une image à partir d'une séquence à faible résolution temporelle, est donc un processus de minimisation de l'entropie de la séquence.

3 - ALGORITHME DE MINIMISATION D'ENTROPIE

Considérons l'équation 11. Il faut déterminer le vecteur déplacement J pour lequel l'entropie de l'image reconstruite $E[r_{MV}(J)]$ est minimale.

Nous mettons en oeuvre un algorithme de recherche systématique sur toutes les positions de chaque image s_p dans un voisinage donné de la position courante. La position choisie est celle pour laquelle l'entropie $E[\sum_{p=1}^P s_p(i + j_p)]$ est minimale. Une itération correspond au recalage des P images de la séquence. L'algorithme s'arrête soit à convergence (E constante au cours des itérations), soit au bout d'un nombre d'itérations fixe. Les images s_p ont, dans les simulations et pour les données réelles, un nombre de pixels non nuls compris entre 25 et 500. Il est donc intéressant pour les calculs d'utiliser des listes d'adresses de pixels plutôt que des images (cette méthode est décrite dans [Niet 87]). Remarquons de plus que le terme $\frac{\Delta I}{I - \Delta I}$ n'intervient pas dans l'algorithme de minimisation de l'entropie et qu'il est équivalent de minimiser $E(r_{MV})$ et $E[\sum_{p=1}^P s_p(i + j_p)]$. Dans la suite, on posera $\lambda = \frac{\Delta I}{I - \Delta I}$. L'algorithme est réalisé de la manière suivante:

- La valeur initiale de l'image de référence est $r^0(i) = \sum_{p=1}^P s_p(i)$, et l'entropie initiale est $\sum_i [r^0(i) / \ln r^0(i)]$.
- Choisir la taille $m \times m$ de la fenêtre de recherche
- Pour chaque itération k :
 - Pour chaque image s_p de la séquence :
 - Calculer $A_p^k(i) = r^k(i) - s_p(i + j_p^k)$
 - Pour chaque Δ_j dans la fenêtre de recherche, calculer la variation $V_{k,p}$

$$V_{k,p} = \sum_{i \in \mathcal{D}_p} [A_p^k(i) - s_p(i + j_p^k - \Delta_j)] \ln [A_p^k(i) - s_p(i + j_p^k - \Delta_j)] - A_p^k(i) \ln A_p^k(i)$$
 où $\mathcal{D}_p$ est l'ensemble des pixels de valeur non nulle dans l'image $s_p(i + j_p^k - \Delta_j)$. Remarquons que $\arg[\mathcal{D}_p] \ll N$.
 - Choisir la valeur $\Delta_{joptimal}$ qui maximise $V_{k,p}$ et poser

$$j_p^{k+1} = j_p^k - \Delta_{joptimal}$$
- L'algorithme s'arrête soit quand $V_{k,p} = 0 \forall p$ soit à l'étape k choisie.

Remarquons que :

- 1) En pratique, pour toutes les simulations effectuées, la convergence est toujours atteinte en moins de 10 itérations (c'est-à-dire 10 présentations de toutes les images).
- 2) La taille $m \times m$ de la fenêtre de recherche peut être adaptée à l'amplitude des translations de manière à éviter des minima locaux de $E(J)$. Le temps de convergence était de 45 heures

sur station SUN sparx 10 pour une séquence de 20000 images de taille 256×256 pixels et contenant chacune 10 photons en moyenne. Il est ramené à 10mn environ avec l'algorithme présenté ci-dessus.

4 RESULTATS

Nous avons généré des séquences d'images du ciel simulées, bruitées par un bruit de Poisson et décalées de quantités aléatoires. Dans l'image de référence les étoiles sont générées suivant une loi de répartition stellaire empirique, et la valeur du fond est constante et proportionnelle au flux lumineux diffusé par l'atmosphère. Les différents paramètres pour la génération des séquences sont :

- 1) Le coefficient $\lambda = \frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i}$ de la loi de poisson, qui est proportionnel au nombre moyen de photons dans une image de la séquence.
- 2) Le nombre P d'images de la séquence.
- 3) La loi de probabilité pour le déplacement aléatoire des images.

Bien que nous ne fassions pas d'hypothèse *a priori* sur ces déplacements, il est intéressant de tester la robustesse des résultats obtenus à différentes lois de déplacements. L'image de référence ainsi qu'une image bruitée est présentée en figure 1.

Figure 1: Images du ciel simulées : (a): Image de référence (b): une image à faible flux de photons contenant 224 photons et générée avec $\lambda=0.0008$

La figure 2 montre l'évolution de l'entropie réduite $E_r^k = \frac{E - E_r}{E_r}$, en fonction du nombre k d'itérations, pour différentes valeurs du coefficient λ , une séquence de $P = 2000$ images, et pour de petits déplacements. E est l'entropie de l'image de référence r . L'entropie étant négative, l'entropie réduite est positive et la minimisation de l'entropie correspond à la maximisation de l'entropie relative. Pour les valeurs de λ supérieures à 5×10^{-4} , correspondant à des images formées avec plus de 140 photons en moyenne, la valeur de

convergence de E^k est très proche de la valeur E de l'entropie de l'image de référence.

Figure 2: Evolution de l'entropie réduite en fonction du nombre d'itérations.

La figure 3 montre l'évolution de l'entropie réduite $E_k^k = \frac{E_k}{E}$ en fonction du nombre d'itérations k , et pour des déplacements aléatoires gaussiens et aléatoires uniformes de mêmes écarts types. L'évolution de l'entropie E_k^k à partir d'une séquence d'images non décalées (ligne "stabilité") est également calculée. Nous pouvons constater que E_k^k converge vers une valeur très proche de 1. Le temps de convergence augmente avec l'amplitude des déplacements mais ne dépend pas de la loi de déplacement $P(\vec{J})$.

Sur les figures 4, 5, et 6 sont reportées les valeurs de l'entropie après convergence de l'algorithme, la probabilité $P(\vec{J})$ de bonne estimation de $\vec{J}$, et l'écart-type $\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{P}} \|\vec{J}_{MV} - \vec{J}_{tra}\|$ de l'erreur sur l'image reconstruite, en fonction du nombre P d'images contenues dans la séquence, et pour différentes valeurs du coefficient de bruitage λ . $P(\vec{J})$ est estimée par la proportion d'images recalées, moyennée sur 3 réalisations de séquences d'images. Nous pouvons constater que, pour un nombre P d'images dans la séquence trop faible ($P < 5000$ pour le cas présenté), et une résolution temporelle trop grande (correspondant à un nombre de photons inférieur à 140 par image pour le cas présenté), les valeurs minimales obtenues pour l'entropie ne sont pas celles de l'image de référence ($E_r \approx 1$). De même, la proportion d'images exactement recalées est inférieure à 50% et l'écart type de l'erreur sur l'image reconstruite est supérieur à un pixel. Pour des séquences contenant un nombre suffisant d'images ($P > 5000$) et de photons (supérieur à 140), l'algorithme de minimisation d'entropie permet de reconstruire une image avec une entropie proche de l'entropie de l'image de référence, avec une faible erreur de reconstruction. Une image intégrée avant et après correction est montrée en figure 7(a) et 7(b).

Nous avons reconstruit une image de l'amas "Messier 3" avec des mesures effectuées au cours de l'expérience FOCA et à l'aide de l'algorithme de minimisation d'entropie. Dans une image parfaitement nette, la largeur à mi-hauteur des étoiles est égale à la fonction

Figure 3: Evolution de l'entropie réduite en fonction du nombre d'itérations, pour différentes lois de déplacement $P(J)$.

d'étalement des instruments d'optique, les étoiles étant des sources ponctuelles. La largeur à mi-hauteur des étoiles mesurée dans l'image reconstruite par minimisation d'entropie est très proche de la valeur théorique de la fonction d'étalement (le flou dû au "bougé" est corrigé), alors que pour l'image simplement moyennée la fonction d'étalement reste supérieure à sa valeur théorique, indiquant que le mouvement introduit un flou de bougé non négligeable. L'image "Messier 3" est en figure 8(a), 8(b).

CONCLUSION

Nous avons montré que la reconstruction optimale d'une image à partir d'une séquence d'images translatées et à faible flux de photons est obtenue par minimisation de l'entropie de l'image reconstruite. Nous avons quantifié la qualité des résultats obtenus sur des images simulées en calculant la proportion de trames parfaitement recalées et l'erreur sur l'image reconstruite pour des niveaux de flux de photons décroissants. Nous avons également décrit un algorithme rapide qui permet d'appliquer cette technique en quelques minutes à l'aide d'une station de travail classique. Les perspectives sont nombreuses et incluent notamment l'introduction de plus de connaissances *a priori* sur les images et/ou les déplacements ainsi que la prise en compte d'une modélisation plus précise de la formation de l'image comme la prise en compte de la fonction de transfert optique.

Figure 4: Valeurs de l'entropie reduite après convergence en fonction de P et pour $\lambda = 10^{-4}$ jusqu'à $\lambda = 3.10^{-4}$.

Figure 5: Probabilité de bonne estimation de I en fonction de P et pour $\lambda = 10^{-4}$ jusqu'à $\lambda = 3.10^{-4}$.

Figure 6: Ecart type de l'erreur $\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_p (\Delta j_p)^2}$, avec $(\Delta j_p)^2 = (j_{p,MV} - j_{p,vrai})^2$, en fonction de P et pour $\lambda = 10^{-4}$ jusqu'à $\lambda = 3 \cdot 10^{-3}$.

Figure 7: Reconstruction à partir d'images simulées. (a): Image intégrée avant correction (b): Image intégrée après correction

Figure 8: (a): Amas "M3" reconstruite sans correction (b): Amas "M3" reconstruite après correction. L'image est visualisée après saturation et avec trois niveaux de gris.

Remerciements

Nous remercions messieurs B. Milliard et M. Laget pour de nombreuses discussions et suggestions.

BIBLIOGRAPHIE

[Mill 91] B. Milliard, J. Donas, and M. Laget, "A 40-cm UV (2000 Å) ballon-borne imaging telescope: results and current work", *Advances in Space Research*, **11**, 135.

[Duda 73] R. O. Duda and P. E. Hart, *Pattern classification and scene analysis* (John Wiley and sons, Inc., New York, 1973).

[Guil 97] M. Guillaume, Th. Amouroux, Ph. Refregier, B. Milliard, and A. Llebaria, "Optimal correlation at low photon levels : study for astronomical images," *Opt. Lett.* **22**, 322-324 (1997).

[Niet 87] J.L. Nieto, A. Llebaria, and S. di Serego Alighieri, "Photo-counting detectors in time-resolved imaging mode : image recentring and selection algorithms," *Astron. and Astroph.* **178**, 301-306 (1987).