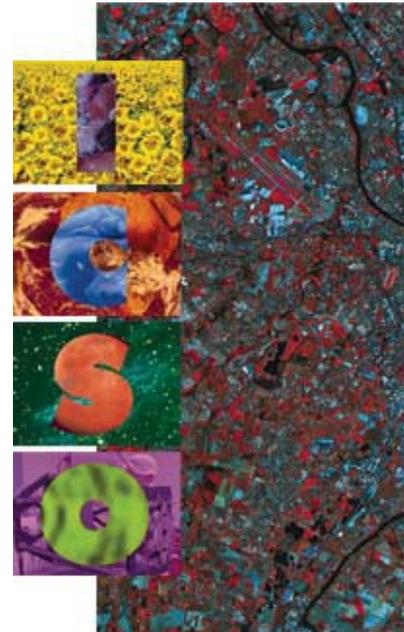


International Conference on Space Optics—ICSO 2000

Toulouse Labège, France

5–7 December 2000

Edited by George Otrio



Spectroscopie par transformée de fourier des spectres étroits: application aux interféromètres statiques

P. Vermande, O. Gilard, A. Rosak



**SPECTROSCOPIE PAR TRANSFORMEE DE FOURIER DES SPECTRES ETROITS.
APPLICATION AUX INTERFEROMETRES STATIQUES.**

**P. VERMANDE
O. GILARD
A. ROSAK**

CNES

*18, avenue Edouard Belin
31401 TOULOUSE cedex 4*

RESUME - La spectroscopie par transformée de Fourier permet d'obtenir des spectres optiques avec une grande précision. Cependant, elle nécessite un grand nombre d'acquisition pour obtenir une bonne résolution. Dans le cas de spectre étroit, la quantité d'information générée (proportionnelle à la longueur d'onde maximale contenue dans le spectre) devient très importante par rapport à l'information utile (le spectre étroit). En échantillonnant astucieusement, on montre que l'on peut obtenir des spectres étroits avec beaucoup moins d'échantillon qu'en spectroscopie par TF classique. On peut mettre à profit cette caractéristique pour utiliser des interféromètres statiques simples, très avantageux à beaucoup d'égard. On présentera ainsi quelques dimensionnements possibles d'interféromètre statique et compact.

ABSTRACT – The Fourier transform spectrometry is useful to obtain optical spectra with high resolution. But in case of narrow band spectra, the number of sample become very important, related to the useful information (the sampling is proportional to the higher wavelength). By changing the sampling, it is possible to obtain narrow band spectra with far less samples. With fewer samples, static interferometers become possible to use. So with these two ideas (a better sampling and static interferometer) we can build a very simple, compact, and static instrument. We will show several possible application of this instrument.

1 –SPECTROSCOPIE PAR TRANSFORMEE DE FOURIER – ECHANTILLONNAGE APPLIQUE AUX SPECTRES ETROITS

Considérons le cas général d'une fonction $f(t)$ dont le spectre fréquentiel s'étend entre ν_0 et $\nu_0 + \Delta\nu$ (cas d'un spectre étroit).

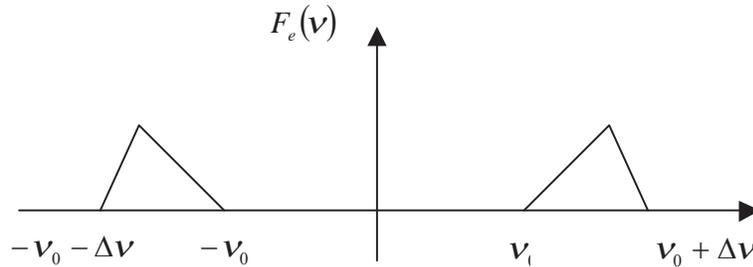


Figure 1 : Spectre fréquentiel de la fonction f .

Dans le cas où $\Delta\nu$ est très petit devant ν_0 , le théorème de Shannon est pénalisant car le domaine spectral couvert entre 0 et $\nu_0 + \Delta\nu$ est pratiquement vide. Il est cependant possible d'échantillonner $f(t)$ avec un pas beaucoup plus grand à condition de se prémunir contre le repliement de spectre. Il doit y avoir alternance sans recouvrement des spectres des fréquences négatives et positives ce qui conduit à un pas d'échantillonnage optimal $T = \frac{1}{2\Delta\nu}$.

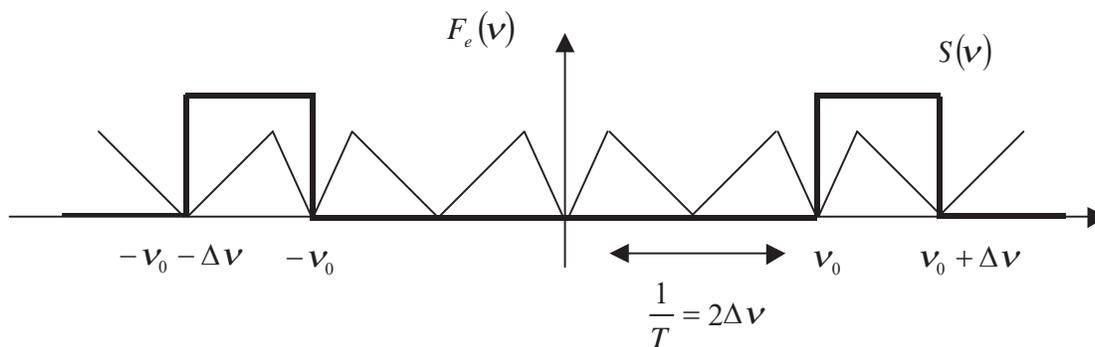


Figure 2 : Reconstitution du spectre de départ grâce au filtre passe-bande S .

Pour obtenir, le spectre du signal de départ il reste à filtrer les bandes latérales par un filtre adéquat (figure 2). Le filtre le plus simple est un filtre passe-bande du type :

$$S(\nu) = \frac{1}{2\Delta\nu} \times \text{rect} \left(\frac{\nu - \nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}}{\Delta\nu} \right) + \frac{1}{2\Delta\nu} \times \text{rect} \left(\frac{\nu + \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}}{\Delta\nu} \right) \quad (1)$$

dont la transformée de Fourier inverse s'écrit :

$$s(t) = \frac{\sin \pi \Delta\nu t}{2\pi \Delta\nu t} \cos 2\pi \left(\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2} \right) t \quad (2)$$

Il est alors possible de retrouver la fonction de départ $f(t)$:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} f\left(\frac{k}{2\Delta\nu}\right) \frac{\sin \pi\Delta\nu\left(t - \frac{k}{2\Delta\nu}\right)}{2\pi\Delta\nu\left(t - \frac{k}{2\Delta\nu}\right)} \cos 2\pi\left(\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}\right)\left(t - \frac{k}{2\Delta\nu}\right) \quad (3)$$

2- EXEMPLE DE RECONSTRUCTION

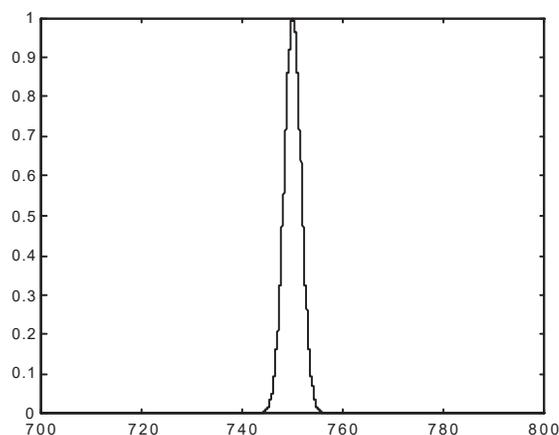
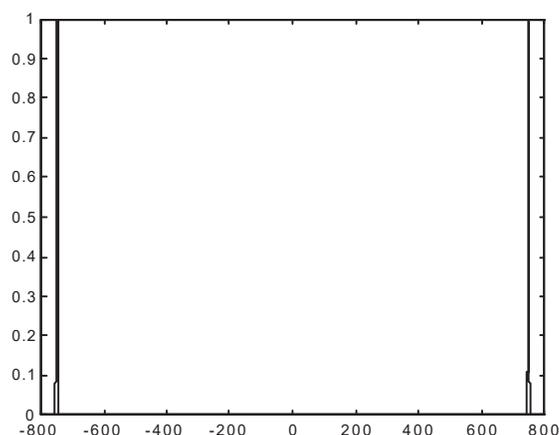
Le modèle précédent a été appliqué à l'étude du spectre atmosphérique centré autour de 750 cm⁻¹. La largeur du spectre est Δν = 40 cm⁻¹. Avec les notations précédentes, on obtient

$$\nu_0 = 750 - \frac{\Delta\nu}{2} = 730 \text{ cm}^{-1}$$

Nous avons choisi de simuler ce spectre atmosphérique par un profil gaussien normalisé dont la transformée de Fourier est bien connue :

$$G(\nu) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\nu^2}{2\sigma^2}} \rightarrow g(x) = e^{-2\pi^2 x^2 \sigma^2}$$

où σ² est la variance de la gaussienne.



Figures 5 : Spectre bilatère étudié (la figure du bas détaille la raie modélisée).

D'après le théorème de Shannon généralisé, le pas minimum d'échantillonnage pour reconstituer $f(x)$

doit être de $\frac{1}{2\Delta\nu} = 0,0125 \text{ cm}$.

En pratique, on assurera une marge en considérant un pas une fois et demi plus petit, soit un pas de $83 \mu\text{m}$ ce qui correspondrait à un $\Delta\nu$ effectif de 60 cm^{-1} .

Si nous voulons une résolution de $\delta\nu = 0,2 \text{ cm}^{-1}$, le chemin optique maximal devra être

$$\Delta_{\text{max}} = \frac{1}{\delta\nu} = 5 \text{ cm (avec apodisation)}.$$

Le nombre d'échantillons nécessaire à la reconstruction de l'interférogramme pour obtenir la résolution souhaitée est donc donné par :

$$N_{\text{Ech}} = E\left(\frac{5}{0,0083}\right) = 603 \text{ échantillons.}$$

où E est la fonction partie entière qui arrondit à l'entier supérieur.

A partir des valeurs échantillonnées de f l'interférogramme complet peut être reconstruit :

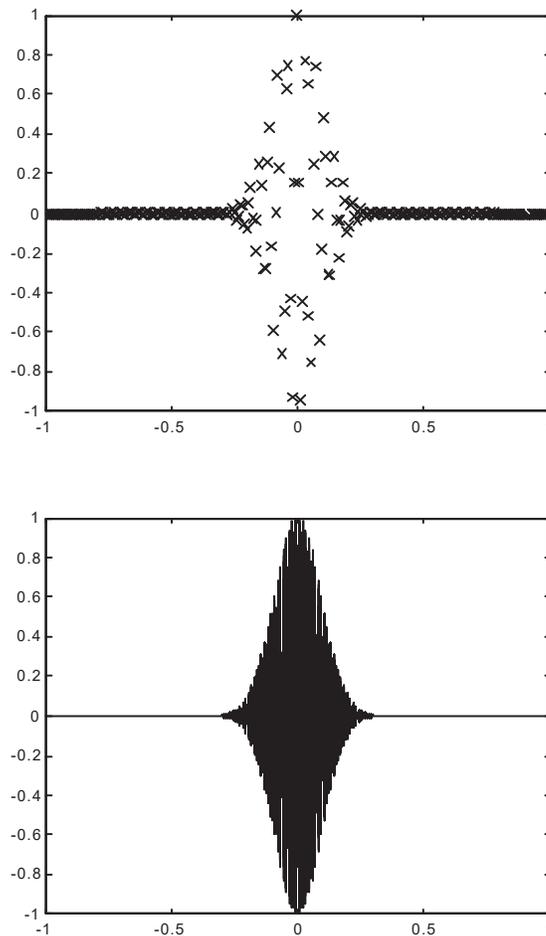


Figure 6 : Interférogrammes échantillonné et reconstruit.

Reste alors à calculer sa transformée de Fourier inverse pour obtenir le spectre de $f(x)$. Ceci peut être fait par FFT.

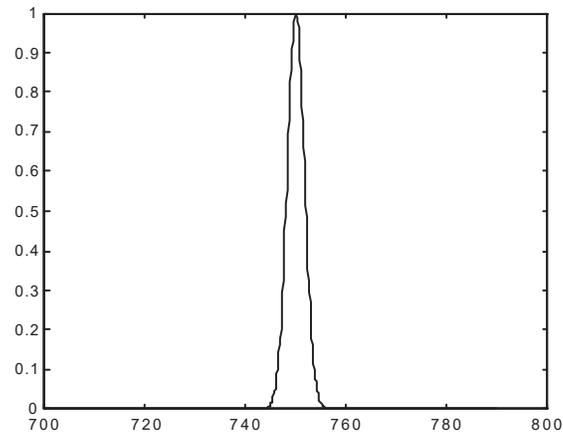


Figure 9 : Spectre déduit de l'interférogramme reconstruit par FFT.

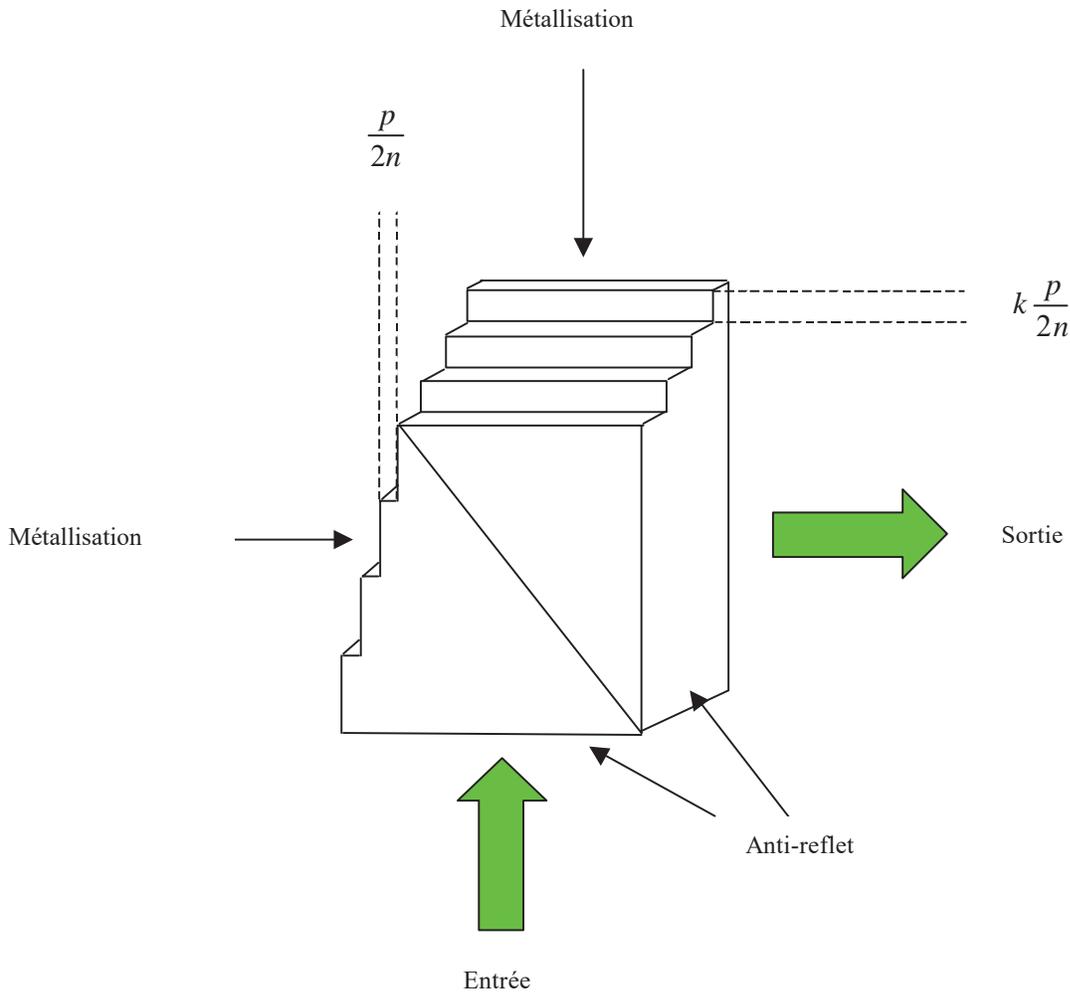
3 –SPECTROSCOPIE PAR TRANSFORMEE DE FOURIER STATIQUE

La réduction importante du nombre d'échantillon dans le cas du traitement décrit ci dessus pour les spectres étroits permet d'envisager un dispositif entièrement statique pour réaliser l'échantillonnage. Ce type de dispositif se révélait trop complexe pour être appliqué à la spectroscopie par transformée de Fourier classique.

L'interféromètre se compose donc d'un interféromètre classique de Michelson. Les deux miroirs sont remplacés par des miroirs à échelette. Chaque zone du miroir à échelette représente en fait un mini Michelson, avec une différence de marche précise, à imager sur un détecteur élémentaire d'une matrice CCD (par exemple).

On peut ainsi acquérir instantanément grâce à une matrice tous les échantillons nécessaires à la reconstruction du spectre.

Détail du dispositif de miroir à échelle :



Le but est de constituer un interféromètre multivoie. A chacune des voies on associe un chemin optique particulier et un détecteur.

Si on note N_{ech} le nombre d'échantillons nécessaire à la reconstruction de l'interférogramme et p le pas d'échantillonnage, les différents chemins optiques ont pour valeurs : $0, \dots, p(N_{ech} - 1)$. On suppose également que $N_{ech} = k^2$.

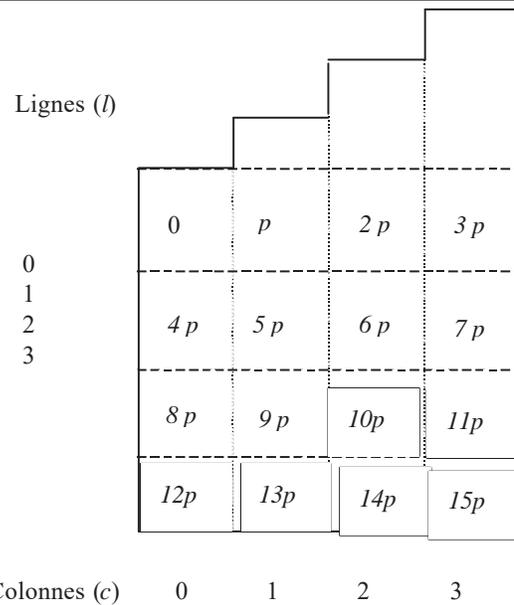
Une manière d'obtenir ces valeurs de chemins optiques à partir du dispositif ci-dessus consiste à graver par exemple le miroir supérieur avec un pas égal à $k \frac{p}{2n}$ et le miroir de gauche avec un pas

égal à $\frac{p}{2n}$. Dans ce cas le chemin optique s'écrit en fonction des indices lignes/colonnes sous la forme :

$$\Delta_{l,c} = 2nL_{l,c} = ckp + lp$$

où $L_{l,c}$ est le chemin géométrique associé au chemin optique $\Delta_{l,c}$.

Une vue du côté sortie de l'interféromètre est représentée ci-dessous. Les cases correspondent aux différents chemins optiques dans le cas particulier où $k = 4$.



4-QUELQUES DIMENSIONNEMENTS POSSIBLES

4-1 Cas du spectre H₂O (871.25cm⁻¹) (mission très haute résolution)

On cherche à acquérir le spectre de l'eau, avec les résolutions suivantes :

$$\nu_0 = 870.65 \text{cm}^{-1}$$

$$\Delta \nu = 1.2 \text{cm}^{-1}$$

$$\delta \nu = 0.01 \text{cm}^{-1}$$

On obtient un nombre d'échantillon à acquérir de 324, soit 18². Le gain par rapport à l'échantillonnage classique est de 700.

La taille d'un miroir à échelle serait de 4.7 cm par 2 cm.

Les pas des marches serait respectivement de 1.6mm et 3 cm pour les deux miroirs.

La hauteur totale des échelles serait de 50 cm.

4-2 Cas du spectre CO₂ (750cm⁻¹) (mission haute résolution)

On cherche à acquérir le spectre du CO₂, avec les résolutions suivantes :

$$\nu_0 = 730 \text{cm}^{-1}$$

$$\Delta \nu = 60 \text{cm}^{-1}$$

$$\delta \nu = 0.2 \text{cm}^{-1}$$

On obtient un nombre d'échantillon à acquérir de 625, soit 25². Le gain par rapport à l'échantillonnage classique est de 14.

La taille d'un miroir à échelle serait de 2.5 cm par 2.6 cm.

Les pas des marches serait respectivement de 1mm et 41 μ m pour les deux miroirs.

La hauteur totale des échelettes serait de 2.5 cm.

4-3 Cas d'un spectre " large " (mission basse résolution)

On cherche à acquérir le spectre du CO₂, avec les résolutions suivantes :

$$\nu_0 = 1800\text{cm}^{-1}$$

$$\Delta\nu = 400\text{cm}^{-1}$$

$$\delta\nu = 2\text{cm}^{-1}$$

On obtient un nombre d'échantillon à acquérir de 400, soit 20². *Le gain par rapport à l'échantillonnage classique est de 5.5*

La taille d'un miroir à échelette serait de 2.5 cm par 2.5 cm.

Les pas des marches serait respectivement de 125 μ m et 6 μ m pour les deux miroirs.

La hauteur totale des échelettes serait de 0.2 cm.

5-CONCLUSION

Nous avons démontré la possibilité de simplifier grandement les interféromètres à transformée de Fourier, dans le cas des spectres étroits.

Le traitement mathématique élaboré permet en effet de réduire grandement le nombre d'échantillon à acquérir. Cela rend alors possible l'utilisation de miroir à échelette pour élaborer un concept instrumental simple, compact et sans mécanisme.

Un brevet CNES a été déposé sur ce type d'instrument, exploitant la combinaison d'un traitement mathématique et des miroirs à échelette. Les études vont continuer pour obtenir un maquetage d'un tel instrument.